

# 應用前饋控制結合模式預測控制之混合模式 降低長鞭效應

林平和<sup>1</sup>、黃富昌<sup>2</sup>、曹正文<sup>3</sup>

<sup>1</sup>南亞技術學院 化材系 副教授

<sup>2</sup>南亞技術學院 土環系 副教授

<sup>3</sup>南亞技術學院 化材系 講師

## 摘要

一供應鏈系統可視為是一具有前置時間(lead time)之線性離散系統，當此系統在運作時，會發生所謂的長鞭效應(bullwhip effect)，即在一供應鏈系統中，即使顧客需求變異性不大，但當需求的資訊往上游傳遞時，便會一層一層被扭曲誇大，造成越上游的廠商誤以為其下游的客戶需求變異性非常大。因而常使廠商做出不正確的訂貨策略或錯誤的生產規劃，使得廠商蒙受極大的生意損失。本文的目的就是提出一些控制方式來降低長鞭效應的影響，因此應用數學之z-轉換形成轉移函數以便於解決與分析供應鏈系統。在探討供應鏈系統之動態行為時，所使用的控制模式中，將證明前饋控制(feed-forward control)結合模式預測控制(model predictive control)之控制模式，不僅在降低長鞭效應的效率最好，而且在存貨的控管上也非常理想。

**關鍵詞：**供應鏈、長鞭效應、前饋控制、模式預測控制

## Abstract

A supply chain system can be viewed as a linear discrete system with lead times and operating constraints. The distortion of demand in upstream activities is known as "bullwhip effect", i.e. magnification of amplitudes of demand perturbations from the tail to upstream levels of the supply chain. The bullwhip effect is a special and inevitable phenomenon in a supply chain system. This paper will present several heuristic control laws for the model to solve effectively this phenomenon. Explicit transfer function model of the closed loop response is obtained by z-transform, so the entire chain can be modeled by connecting these transfer functions into a block diagram. Next we will use the system process control theory to handle the dynamic behaviors of a supply chain system. Among these control modes, we design a near-perfect control mode, i.e. feed-forward with model predictive control (MPC), to manage the supply chain system. The results reveal if using this control law we can find at least three creative improvements for managing a supply chain. In other words, it can not only reduce efficiently the system bullwhip effect but also attain a very near perfect control mode to manage the supply chain inventory level.

**Key words :** supply chain、bullwhip effect、feed-forward control、model predictive control

## 一、前言

供應鏈管理是利用一連串有效率的方法或控制策略，來整合製造商、供應商、配銷中心和零售商，使得商品能適量、適地及適時的被製造與販賣，並期望在一個令人滿意的服務水準下，追求供應鏈整體系統成本的最小化。但由於供應鏈管理的系統非常的複雜，不僅整個系統是一動態的模式，而且供應鏈中的每一個據點，彼此的目的通常是相互衝突的，以致為了使整個系統達到貨物生產與供需平衡和穩定，並且獲得最大利潤，是所有研究者所關心與探討研究的目標。尤其長鞭效應的研究已有相當多的文獻，但是都沒有任何研究人員，能真正提出一套完整之供應鏈數學模式或控制策略，徹底來解釋或探討解析這棘手的問題，因此本文提出一混合式控制模式藉以解釋與分析供應鏈之動態行為，並降低其長鞭效應。

## 二、文獻回顧

一供應鏈系統表面看來似乎是一簡單的買與賣的行為而已，但實際上欲想有效率的運作供應鏈，確是相將不容易的事，因而許許多多的文獻，都在探討供應鏈管理的效率問題，並試著建立合乎現實的供應鏈模式，藉以分析其動態情形，尤其是長鞭效應所產生的現象，所以 Forrester[1]首先建立一簡單的供應鏈模式，接著專家學者開始應用傳統的回饋控制策略來管控供應鏈系統，例如 Porter and coworkers [2-4]。而 Towill [5] 應用數學之拉普拉斯轉換(Laplace transform)的技巧描述供應鏈的動態行為；然而，供應鏈是一離散的動態系統，應用 z-轉換比較方便也較適切於分析供應鏈系統，因此 J. Dejonckheere et al.[6]發展一平滑化補貨模式(smoothing replenishment model)，再經 z-transform 轉換，並應用頻道分析以解釋此模式可以達到降低長鞭效應的目的，但他們並未考慮供應鏈本身的一些受限問題，尤其庫存是否足以滿足送貨的順暢等窘境。

本文的目的在於設計一有用的供應鏈控制模式，能有效率的維持適當的存貨，以提高顧客的滿意度，而且能使長鞭效應的影響降低，以節省廠商的庫存成本。眾多的努力都試著能完全解析長鞭效應，Lee et al.[7,8]將規劃並辨識五個主要影響長鞭效應的因素，分別為需求的預測方式，批式的訂貨方式，前置時間，物品價格的波動，與缺貨的影響。針對需求的預測因素，Frank Chen et al.(2000a,b)[9,10]應用標準的預測技術，藉探討需求模式參數來辨識長鞭效應。Luong [11]利用較高階自動回歸需求模式預測，探討長鞭效應； Kefeng Xu et al.[12]與 Agrawal[13]則宣稱利用整合的方式以減少長鞭效應，但此種上下遊相互共享資訊訊息的整合概念，在大部分的場合是不切實際的。而且上述之文獻幾乎都是使用所謂(s,S)策略，比較例外的是 Disney et al.[14]設計了一個不一樣的訂貨模式，藉以探討存貨的變異性，其研究結果顯示可以順利降低長鞭效應，而且成本分析也比(s,S)策略來的低。但似乎都忽略了研究，當存貨不足所造成供貨時無法如期或如數地將貨物送答顧客所中的問題。而對於前置時間的探討一般都將其固定不變，Jeon G. Kim[15]

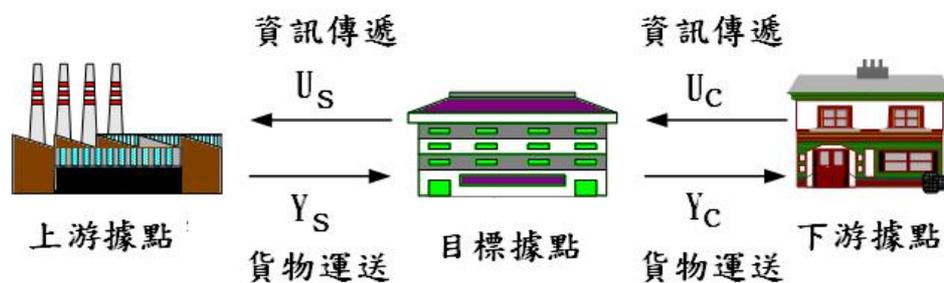
則將前置時間當作變數來研究對供應鏈系統的影響。

系統的穩定性亦是探討動態供應鏈必須要面對的問題，像 Gerald Heisig (1998)[16] 採取 (s,S) 策略，在不考慮前置時間的狀況下探討系統的穩定度，Donselaar et al.[17] 則研究需求資訊對存貨管理計劃穩定性的影響；而 J. Dejonckheere et al.[18] 應用轉換函數分析的技巧說明需求預估與系統穩定度的關係。Ouyang[19] 採用資訊共享分析系統穩定度與長鞭效應，不同於上述的方向，本文將採用 z 轉換函數之理論，應用特徵方程式 (characteristic equations) 來分析系統的穩定性，這樣的分析方式比較有數學理論根據。

存貨管理時補貨控制策略，可以說是決定能否有效運作供應鏈系統的主因，像 Edgar Perea et al.[20,21] 就使用典型的控制模式來探討供應鏈系統。本人[22,23] 不僅依循如此的控制觀念，甚至採用變異控制的理念，配額設計一離散式的動態模式，再藉 z 轉換函數的技巧，並應用頻率分析的理論來探討供應鏈運作成效。而本文則將再設計一幾近完美控制的模式，即利用系統控制理論中之前饋控制 (Feed-forward control)，結合所謂模式控制 (model predictive control, MPC)。最後利用此混合控制模式，不僅可以便於分析供應鏈系統之動態行為，也能分析其長鞭效應。

### 三、研究方法與步驟

#### 1. 建立動態供應鏈模式



<圖一> 供應鏈系統

考慮一包括三個有上下游關係之據點 (nodes) 的供應鏈系統如圖一所示，其中  $U_s$  與  $U_c$  是各據點 (或廠商) 向上游據點之訂貨數量， $Y_s$  與  $Y_c$  是各據點運送至其下游之貨物數量。假設運送時需要之前置時間為  $L$ ，而  $I_H$  與  $I_P$  分別是真正存貨與庫存水位。因此可建立一動態供應鏈模式如下

$$I_H(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} (z^{-L} Y_s(z) - \psi(z)) \quad (1)$$

$$I_P(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} (Y_s(z) - \psi(z)) \quad (2)$$

## 2、傳統控制策略

首先應用控制工程學裡，最常用的控制模式來控制供應鏈系統之存貨，也就是傳統典型之比例-積分-微分控制策略，因此吾人將定義訂貨量  $U_S$  為

$$U_S(z) = G_c(z) \cdot (S_p(z) - I_p(z)) \quad (3)$$

其中  $S_p(z)$  是存貨水位之設定值， $G_c(z)$  是傳統典型控制器之轉移函數。

一般在供應鏈管理時，常使用一簡單指數平滑化技術(simple exponential smoothing technique)來預測顧客需求量(參考: J. Dejonckheere et al.(2002))。為了能更準確掌握進出貨之確實數量，因此對於此簡單指數平滑化模式略微修飾為

$$F(t) = (1 - \alpha)F(t-1) + \alpha F_o(t-1) \quad (4)$$

其中  $F$  and  $F_o$  分別是預測值與實際觀測值，而  $\alpha$  是過慮常數(filter constant)，其範圍為  $0 < \alpha < 1$ ；經過  $z$  轉換可得到以下之式子:

$$F(z) = \frac{\alpha z^{-1}}{1 - (1 - \alpha)z^{-1}} \quad (5)$$

因此，將供應鏈系統中的庫存量水位設定值  $S_p$  定義為

$$S_p(z) = (L+2)F(z)U_c(z) \quad (6)$$

為了便於分析供應鏈管理系統之動態行為，選舉最簡易的控制策略，也就是比例控制模式，所以式子(6)中的  $G_c(z) = K_c$ ，而  $K_c$  是比例積分常數。假設下游廠商訂貨時，其上游供貨者有足夠存貨，那麼上游供應商會如數將貨物運送至客戶手中，以滿足下游顧客的需求，因此  $Y_S(z) = z^{-1}U_S(z)$  或  $Y_C(z) = z^{-1}U_C(z)$ 。依據庫存量是否足以供應下游顧客的需求，探討比例常數的大小，解析系統的穩定度：

(1)高存貨水位時，其庫存水位為

$$I_p(z) = \frac{K_c \cdot S_p(z) - U_c(z)}{z - 1 + K_c} \quad (7)$$

$$\text{則 } |z| < 1 \text{ 時 } [z] = |K_c - 1| < 1 \text{ 且 } 0 < K_c < 2 \text{ 且 } K_{c,u} = 2$$

很明顯的其比例常數之最終增益值為  $K_{c,u} = 2$ 。

(2)低存貨水位時，其庫存水位為

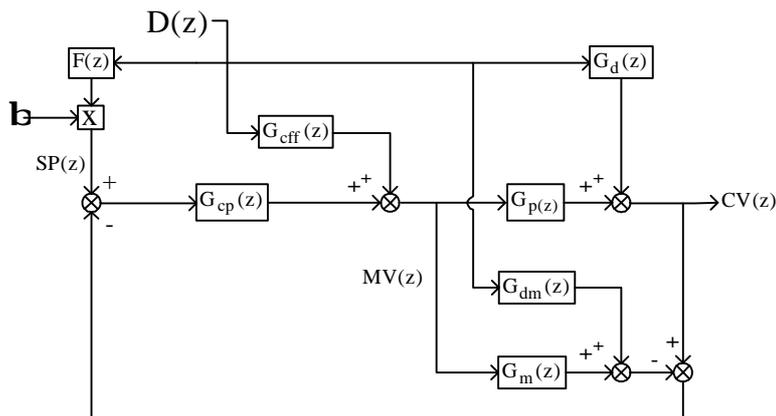
$$I_p(z) = \frac{K_c(z^{L+1} - 1)}{z^{L+1} + \frac{z-1}{K_c(z^{L+1} - 1)}} S_p(z) \quad (8)$$

$$\text{則 } |z| < 1 \text{ 時 } K_c < 1 \text{ 且 } K_{c,u} = 1$$

很明顯的其比例常數之最終增益值為  $K_{c,u} = 1$ ，因此當比例常數大於 1 時系統會不穩定，那麼廠商的訂貨策略再也無法以其下游顧客的需求為基準，而產生漫無準則的訂貨方式，這樣在供應鏈管理的認知上是非常危險的。

## 3、混合式控制策略

如圖二所示，乃利用前饋控制與模式預測控制的結合模式，由此混合控制模式可導出以下之式子:



<圖二>混合式控制模式

$$CV(z) = \frac{G_{cp}(z)G_p(z)}{1+G_{OL}(z)}S_p(z) + \frac{G_d(z) + G_p(z)G_{cff}(z) + G_{cp}(z)[G_d(z)(G_p(z) - G_m(z)) - G_p(z)(G_d(z) - G_{dm}(z))]}{1+G_{OL}(z)}D(z) \quad (9)$$

$$MV(z) = \frac{G_{cp}(z)}{1+G_{OL}(z)}S_p(z) + \frac{G_{cff}(z) - G_{cp}(z)(G_d(z) - G_{dm}(z))}{1+G_{OL}(z)}D(z) \quad (10)$$

其中  $G_{OL}(z) = G_{cp}(z)(G_p(z) - G_m(z))$

而  $CV(z)$  是控制變數， $S_p(z)$  是設定值， $D(z)$  是干擾變數， $G_p(z)$  是程序之轉移函數， $G_m(z)$  是動態模式之轉移函數， $G_d(z)$  是干擾程序之轉移函數， $G_{dm}(z)$  是干擾程序模式之轉移函數， $G_{cp}(z)$  是模式預測控制器， $G_{cff}(z)$  是前饋控制器。

為了獲得一完美控制(perfect control)，控制變數必需密切跟隨設定值，而且對於模式預測控制器必需是一可實行的控制器(realizable controller) (參考 Marlin T.E. 2000)，因此  $G_m(z)$  將被分解為

$$G_m(z) = G_m^+(z) \cdot G_m^-(z) \quad (11)$$

其中  $G_m^+(z)$  是不可逆轉部分， $G_m^-(z)$  是可逆轉部分。那麼

$$G_{cp}(z) = \frac{1}{G_m^-(z)} \quad (12)$$

#### 4、將混合式控制應用於供應鏈系統

本節將設計一幾乎完美之模式預測控制器，並將應用於供應鏈系統，其步驟如下：首先將存貨水位  $I_p(z)$  視為控制變數，訂貨數量  $U_s(z)$  當作變數變數；其次顧客需求量  $U_c(z)$  視為干擾變數；再者假設上游供應商有足夠貨物數量，可以滿足目標據點的訂貨，因此  $Y_s(z) = z^{-1}U_s(z)$ ；最後目標據點是採用較高庫存水位為存

貨策略，以達到較高顧客滿意度， $Y_C(z) = z^{-1}U_C(z)$ ，所以庫存水位變成

$$I_p(z) = \frac{1}{z-1}U_S(z) - \frac{1}{z-1}U_C(z) \quad (13)$$

同理，

$$G_p(z) = \frac{1}{z-1} \quad (14)$$

$$G_d(z) = \frac{-1}{z-1} \quad (15)$$

由以上的式子，對於一完美的控制系統可導出以下的式子，

$$G_m(z) = \frac{1}{z-1} \quad (16)$$

$$G_{dm}(z) = \frac{-1}{z-1} \quad (17)$$

$$G_{cff}(z) = -\frac{G_d(z)}{G_p(z)} = 1 \quad (18)$$

接著定義模式預測控制之控制模式：

$$G_m^-(z) = \frac{z}{z-1} \quad (19)$$

$$G_m^+(z) = \frac{1}{z} \quad (20)$$

$$\text{則 } G_{cp}(z) = \frac{z-1}{z} \quad (21)$$

依照以上的設計原則，可以完成一供應鏈系統的混合式控制模式，將之繪製如圖三所示。

(1)採用高庫存策略

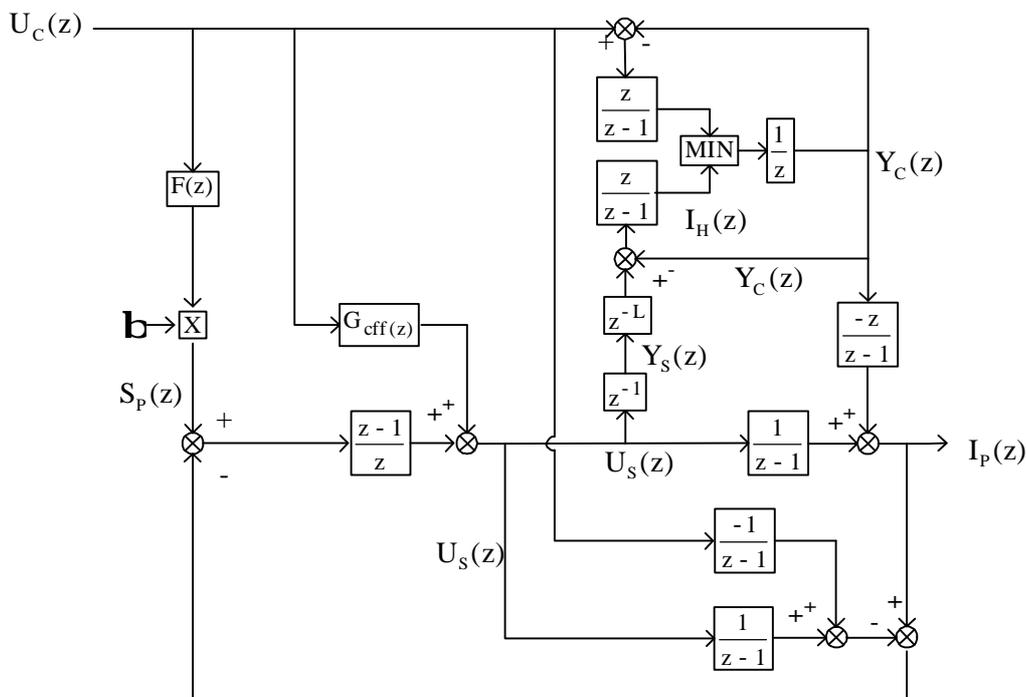
$$I_p(z) = z^{-1}S_p(z) = (L+2)F(z)U_C(z) \quad (22)$$

非常明顯地，這個密閉控制迴路系統是穩定的，在式子(22)並未含 $U_C(z)$ 之因子，因此不可能影響控制變數 $I_p(z)$ ，而且 $I_p(z)$ 總是跟隨系統設定值 $S_p$ 而改變，因此在這種狀況下可視為是一個幾乎近乎完美的控制。

(2)採用低庫存策略

$$I_p(z) = \frac{z^{L+1}-1}{z^{L+2}-1}S_p(z) + \frac{z^{L+1}-1}{z^{L+2}-1}U_C(z) \quad (23)$$

由特徵方程式 $z^{L+2}-1=0$ ，剛好所有的根都會落在單位圓上，因此系統是穩定的，但為了增進顧客的滿意度，這樣的策略是不被接受的，譬如突然接獲一筆巨大的訂單時，將會產生所謂的欠單現象，故若採用較低之庫存策略一定要有相當的配套措施，例如策略聯盟的方式，以防欠單的發生，造成客戶的流失。



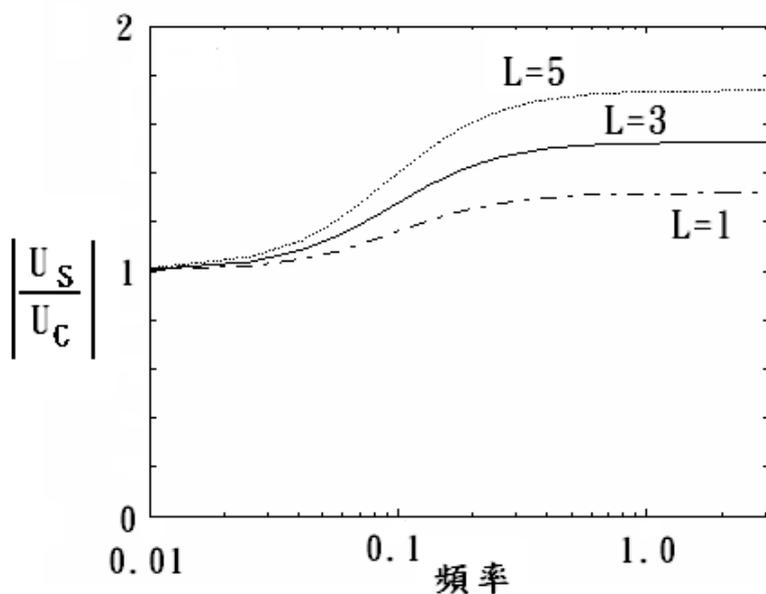
<圖三>供應鍊系統之混合式控制模式

#### 四、結果與討論

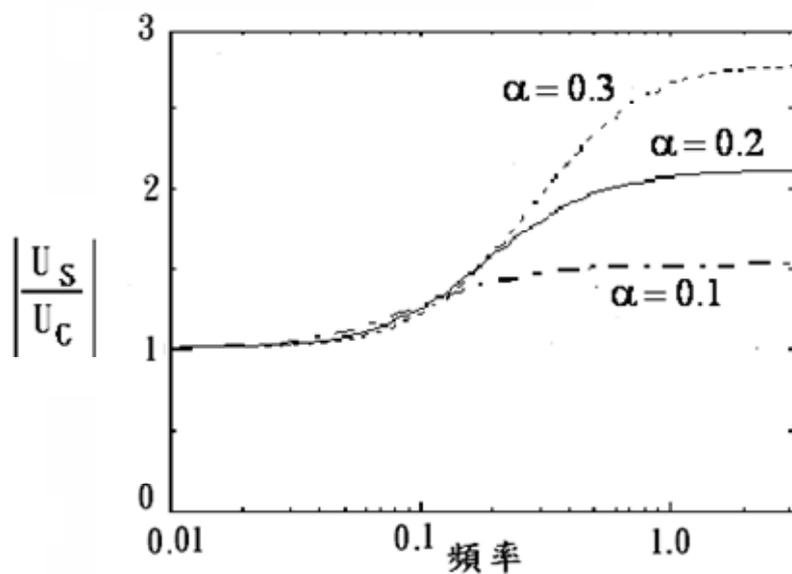
首先探討傳統控制之長鞭效應，採用比例控制模式： $G_c(z) = K_c$ ，且假設  $S_p(z) = (L+2) \cdot F(z) \cdot U_c(z)$ ，因此可獲得需求與訂貨之關係式為：

$$U_s(z) = \frac{K_c \cdot ((L+2) \cdot F(z) \cdot (z-1) + 1)}{z-1 + K_c} U_c(z) \quad (24)$$

從圖四可說明當  $\alpha=0.1$  時，採用比例控制模式，若較長的前置時間將導致較大的長鞭效應。



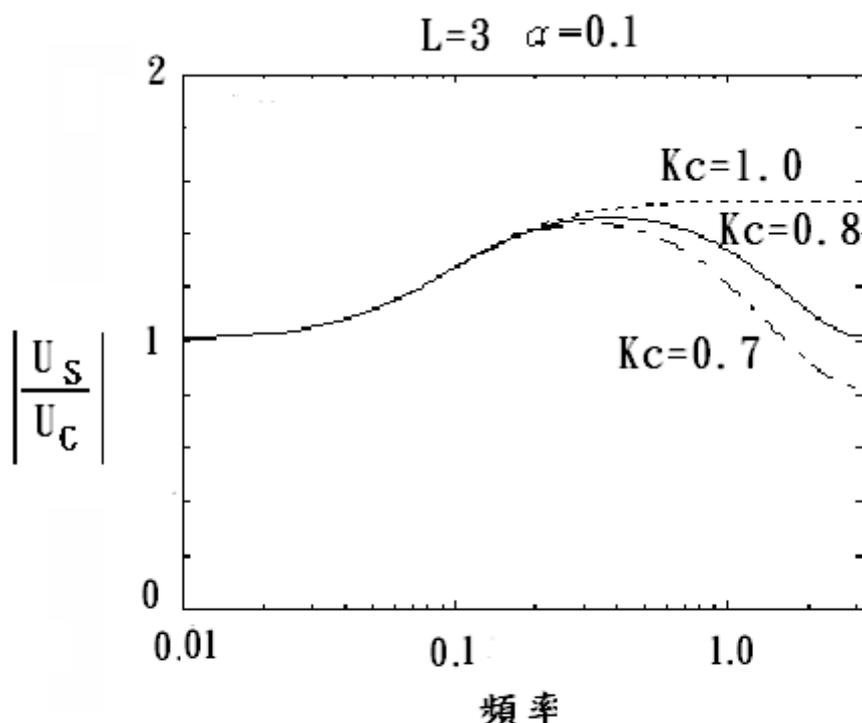
<圖四>採用比例控制  $K_c=1$ , 不同前置時間之  $\left| \frac{U_S}{U_C} \right|$  比值



<圖五>採用比例控制  $K_c=1$ , 不同  $F(z)$  之  $\left| \frac{U_S}{U_C} \right|$  比值

由圖五顯示，當  $L=3$  時，採用比例控制模式  $K_c=1.0$ ，不管採用何種需求預測方式，都會產生長鞭效應，若  $\alpha$  值較大其長鞭效應效應較明顯。

若改變比例控制器之比例常數值，其結果如圖六所示，當比例常數越大，則長鞭效應越明顯。



<圖六>採用比例控制，不同  $K_c$  之  $\left| \frac{U_s}{U_c} \right|$  比值

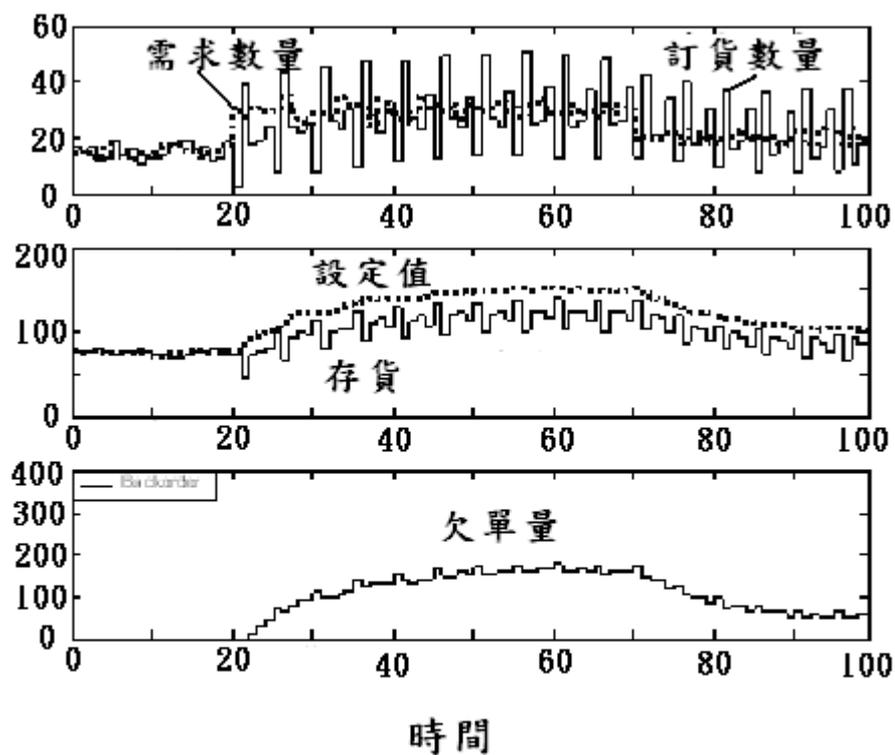
以電腦程式模擬供應鏈系統之供需情況，若控制方式為比例控制，比例常數設為  $K_c=1.0$ ，顧客需求預測之過濾常數  $\alpha=0.1$ ，貨物運送所需之前置時間為  $L=3$ ；起初顧客之需求量為一亂數值，此亂數值之範圍為 11 至 19，當供需運作 20 個工作單位時間後，突然將顧客之需求量增加為 26 至 34 內之亂數值，再經歷 40 個工作單位時間後，又突然降低至 16 至 24 之亂數值，就如圖七所示，乃在這樣的情境下之模擬結果。顯然並不是一個完美的控制方式。

因為利用傳統之比例控制策略，無法應付當顧客需求量突然大增的狀況，因此本計畫將採用較高級的控制模式，乃以前饋控制混合模式預測控制的方式，來改進上述缺失，首先依據上一節所建立的模式可獲得需求與訂貨之關係式為

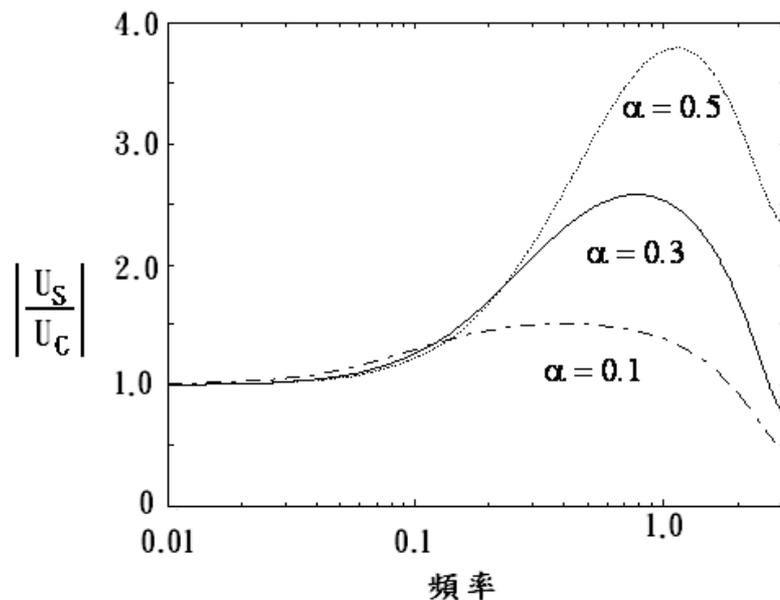
$$U_s(z) = \frac{\alpha}{z} + \frac{(L+2) \cdot F(z)}{z} \ddot{U}_c(z) \quad (25)$$

由圖八很明顯的發現混合式的控制模式在減少長鞭效應的效率上非常好，尤其是在高頻率的區域。而圖九則是其動態模擬的結果，不僅長鞭效應降低而且欠單狀況也大大減少，甚至庫存水位也緊緊追隨設定值而變，可以說是一幾近完美

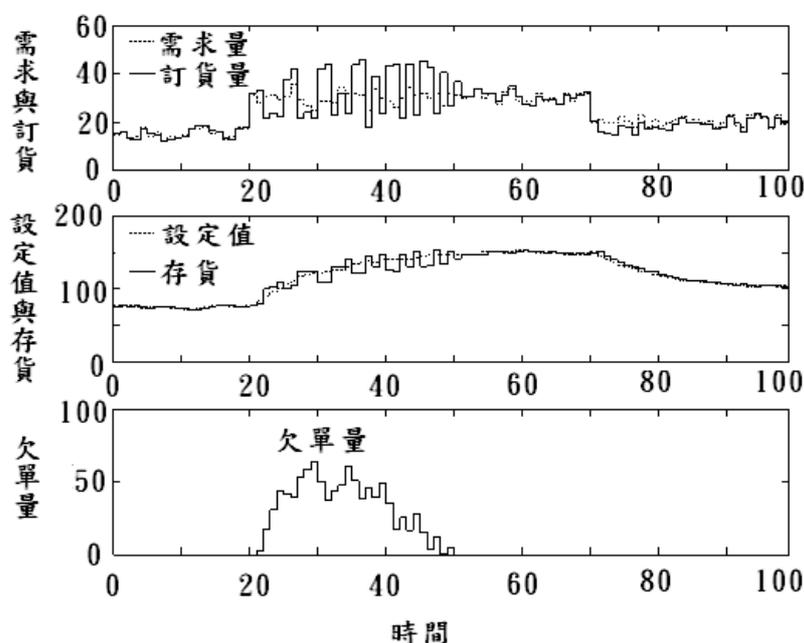
的控制策略。



<圖七>採用比例控制之動態模擬結果



<圖八>採用混合式控制策略(L=3)時, 不同 $\alpha$ 之結果



〈圖九〉混合式控制模式之供應鏈動態模擬結果

## 五、結論

供應鏈是一相當複雜的動態系統，本計畫的目的就是在抽絲剝繭，一一將此一極為棘手的問題，加以解析，以利供應鏈業者，做決策的參考之用。首先，建立一離散式的供應鏈動態系統的模型，利用控制理論決定訂貨策略，作為訂貨的準則，並對此系統的穩定性予於探討。其次假設每個據點的貨源充足，都可以供給下游之訂單，不會有欠單的情事發生，可發現使系統穩定之比例常數最大值不可高過 2，否則比例常數最大值不可高過 1。前一者情形在庫存水位固定不變下，比例常數不可以比 1 大，否則就會有長鞭效應發生。至於因庫存水位雖固定不變，但水位設定值不大，此時庫存水位與需求無關。

除了對供應鏈系統的穩定性加以探討外，也利用頻率分析的方法，對長鞭效應著手加以研究，結果顯示以顧客需求預測作為訂貨決策，容易發生長鞭效應，所以需求預測非常重要，尤其在高頻率之區域，本文發現參數值  $\alpha$  不可以太大，其長鞭效應較小。利用前饋控制結合模式預測控制決定訂貨決策，不僅更有效減小長鞭效應，而且欠單狀況也改善非常多。

由以上諸點本計畫不僅對供應鏈系統建立了一套完整的數學模式，而且也探討了系統之穩定度，與影響長鞭效應之因素加以定量解析，甚至設計了不同之控制器來描繪供應鏈之動態行為，有效增進供應鏈之管理。

## 六、參考文獻

1. Forrester, J.W. Industrial dynamics. Cambridge MA,USA:MIT Press. (1961)
2. Porter, B. and Bradshaw, A. Modal control of production-inventory systems using piecewise-constant control policies. International Journal of Systems Science 5,pp 733-742(1974).
3. Bradshaw, A. and Porter, B. Synthesis of control policies for a production-inventory tacking system. International Journal of Systems Science 6, pp225-232(1975).
4. Mak, K.L., Bradshaw, A. and Porter, B. Stabilizability of production-inventory systems with retarded control policies. International Journal of Systems Science 7,pp277-288(1976).
5. Towill, D.R. Dynamic analysis of an inventory and order based production control system. International Journal of Production Research 20,pp 671-687(1982).
6. Dejonckheere, J., Disney, S.M., Lambrecht, M.R. and Towill, D. R. Measuring and Avoiding the Bullwhip Effect: A Control Theoretic Approach. European Journal of Operational Research 147,pp 567-590 (2003).
7. Lee, H. L., Padmanabhan, V. and Whang, S. The bullwhip effect in supply chains. Sloan Management Review 38,pp93-102(1997a).
8. Lee, H. L., Padmanabhan, V. and Whang, S. Information distortion in supply chain: The Bullwhip effect. Management Science 43,pp 546-558(1997b).
9. Chen, F., Ryan, J.K. and Simchi-Levi, D The impact of exponential smoothing forecasts on the bullwhip effect. Naval Research Logistics 47,pp269-286(2000a).
10. Chen, F., Drezner, Z., Ryan, J. K., and Simchi-Levi, D. Quantifying the bullwhip effect in a simple supply chain: The impact of forecasting, lead times, and information. Management Science 46,pp436-443(2000b).
11. Luong, H.T. and Phien, N.H. Measure of the bullwhip effect in a supply chain: The case of high order autoregressive demand process. European Journal of Operational Research 183,pp197-209(2007).
12. Xu, K, Dong, Y., and Evers, P. T. Towards Better Coordination of the Supply Chain. Transportation Research Part E 37,pp35-54(2001).
13. Agrawal, S., Sengupta, R.N., and Shanker, K. Impact of information sharing and lead time on bullwhip effect and on-hand inventory. European Journal of Operational Research 192, pp576-593(2009).
14. Disney, S.M., and Towill, D. R. On the Bullwhip Effect and Inventory Variance Produced by an Ordering Policy. Omega: The International Journal of Management Science 31,pp157-167 (2003).
15. Kim, J.G., Chatfield, D., Harrison, T.P., and Hayya, J.C. Quantifying the bullwhip effect in a supply chain with stochastic lead time. European Journal of Operational Research 173 ,pp 617-636.(2006).
16. Gerald Heisig. Planning Stability under (s,S) Inventory Control Rules. OR Spektrum 20, pp215-228 (1998).
17. Van Donselaar, K. V., Van Den Nieuwenhof, J. and Visschers, J. The Impact of Material Coordination Concepts on Planning Stability in Supply Chain. International Journal of Production Economics 68,pp169-1176 (2000).
18. Dejonckheere, J., Disney, S.M., Lambrecht, M.R. and Towill, D. R. Transfer function analysis of forecasting induced bullwhip in supply chains. International Journal of Production Economics 24,pp133-144(2002).
19. Quyang, Y. The effect of information sharing on supply chain stability and the

- bullwhip effect. *European Journal of Operational Research* 182, pp1107-1121(2007).
20. Perea, E., Grossmann, I., Ydstie, E. and Tahmassebi, T. Dynamic modeling and classical control theory for supply chain management. *Computers & Chemical Engineering* 24, pp1143-1149 (2000).
21. Perea-López, E., Grossmann, I. E., Ydstie, B.E. and Tahmassebi, T. Dynamic modeling and decentralized control of supply chains. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 40, pp 3369-3383(2001).
22. Pin-Ho Lin, Shi-Shang Jang, David Shan-Hill Wong, "Predictive control of a decentralized supply chain." *Ind. Eng. Chem. Res.* (44), pp 9120-9128(2005).
23. Pin-Ho Lin, David Shan-Hill Wong, Shi-Shang Jang, Shyan-Shu Shieh, Ji-Zheng Chu. "Controller design and reduction of bullwhip for A model supply chain System using z-transform analysis." *Journal of Process Control* (14), pp487-499(2004).